МУНИЦИПАЛЬНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ «АТЕМАРСКАЯ СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА»

Конкурс «Юный исследователь»

Есть ли в математике формула красоты?

Выполнили: Жоголева Софья, ученица 8А класса
Михайлов Павел, ученик 9 А класса
Руководители :
Сизова Светлана Владимировна,
Шкилева Ирина Ивановна
Тел: 89876822007
Lob.sv@mail.ru

2023 г

Информационная страница

Полное название школы – Муниципальное общеобразовательное учреждение «Атемарская средняя общеобразовательная школа»

Фамилия, имя, отчество директора школы – Баулина Светлана Юрьевна

Почтовый адрес и E-mail школы: РМ, Лямбирский район, с. Атемар, ул. Центральная, д.71. Индекс – 431524. sch.atemar@e-mordovia.ru

Телефон школы: (83441) 3-52-33

Авторы работы:

ученица 8 класса Жоголева Софья

РМ, Лямбирский район, с. Атемар, ул. Лобковка, д.17

ученик 9 класса Михайлов Павел Денисович

РМ, Лямбирский район, с. Атемар, ул. Центральная, дом 138, кв. 54.

Руководители работы:

учитель математики высшей категории Шкилева Ирина Ивановна,

учитель первой категории Сизова Светлана Владимировна

Секция «информационно – технологическая (математика, физика, информатика)»

СОДЕРЖАНИЕ

Введение

Бог действует по геометрическим линиям.
Платон

Цель работы: доказать присутствие «тайной пропорции» в окружающем мире.

Гипотеза исследования: я предполагаю, что красота и гармония подчиняются математическим законам.

Задачи:

1. Изучить историю вопроса.
2. Систематизировать теоретические сведения о золотом сечении.
3. Исследовать присутствие золотого сечения в окружающей жизни.

Объект исследования: золотое сечение в переплетах учебников, геометрических фигурах, пропорциях человеческого тела, листьях деревьев.

Предмет исследования: принцип «золотого сечения».

Актуальность:

Красота! Казалось бы, это понятие, лишенное практической ценности, не играющее существенной роли, в жизни людей является чем-то второстепенным, маловажным. Человеку достаточно одного взгляда, чтобы определить, красив предмет или нет. Естественно возникает вопрос: почему этот предмет красив, он нравится, а другой, очень похожий, не нравится, его нельзя назвать красивым? Какие «вычисления» проводит наш мозг, оценивая привлекательность? Существуют ли идеальные пропорции? В своей работе я попыталась ответить на эти вопросы с математической точки зрения.

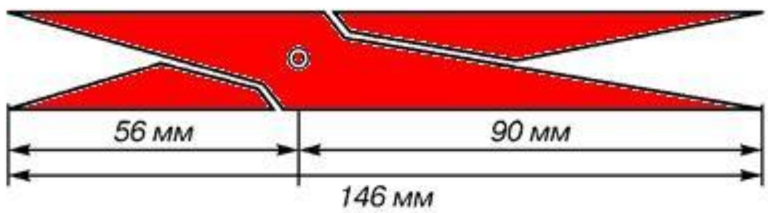
1. Золотое сечение в математике

1.1 История возникновения «Тайной пропорции».

Поисками гармонии люди занимались с древних времен. Одним из вопросов, волновавших их, был вопрос о нахождении наилучшего соотношения неравных частей, составляющих одно целое. Решение этого вопроса связывают с именем Пифагора (VI в. до н.э.), который установил, что наиболее совершенным делением чего то целого на две неравные части является такое деление, при котором меньшая часть относится к большей, как большая часть относится к целому. Такое деление Древние Греки назвали ***гармоническим отношением.*** Интерес к нему возрос в эпоху Возрождения (XV – XVII).

Лука Пачоли (1445 – ок. 1514) назвал гармоническое отношение божественной пропорцией.

Леонардо да Винчи также много внимания уделял изучению золотого деления. Он производил сечения стереометрического тела, образованного правильными пятиугольниками, и каждый раз получал прямоугольники с отношениями сторон в золотом делении. Поэтому он дал этому делению название **золотое сечение**. Так оно и держится до сих пор как самое популярное.



Античный циркуль золотого сечения

Великий астроном XVI в. Иоганн Кеплер назвал золотое сечение одним из сокровищ геометрии. Он первый обращает внимание на значение золотой пропорции для ботаники (рост растений и их строение). Кеплер называл золотую пропорцию продолжающей саму себя «*Устроена она так, – писал он, – что два младших члена этой нескончаемой пропорции в сумме дают третий член, а любые два последних члена, если их сложить, дают* *следующий член, причем та же пропорция сохраняется до бесконечности*».

После Иоганна Кеплера золотое сечение было предано забвению, и около 200 лет о нем никто не вспоминал. Лишь в 1850 году немецкий ученый Цейзинг раскрыл его снова. В своих «Эстетических исследованиях» он пишет: «*Для того, чтобы целое, разделенное на две неравные части, казалось прекрасным с точки зрения формы, между меньшей и большей частями должно быть такое же отношение, что между большей частью и целым*». Он называет это законом пропорций и обнаруживает его проявление в пропорциях человеческого тела и животных, в некоторых эллинских храмах, в ботанике и музыке.

Есть предположение, что Пифагор свое знание золотого деления позаимствовал у египтян и вавилонян. И действительно, пропорции пирамиды Хеопса, храмов, барельефов, предметов быта и украшений из гробницы Тутанхамона свидетельствуют, что египетские мастера пользовались соотношениями золотого деления при их создании.

Французский архитектор Ле Корбюзье нашел, что в рельефе из храма фараона Сети I в Абидосе и в рельефе, изображающем фараона Рамзеса, пропорции фигур соответствуют величинам золотого деления. Зодчий Хесира, изображенный на рельефе деревянной доски из гробницы его имени, держит в руках измерительные инструменты, в которых зафиксированы пропорции золотого деления.

Накопленные знания об этом уникальном соотношении частей в целом передаются от поколения к поколению, наполняясь новым содержанием, проявляются в самых разных областях науки, проникают в технику.

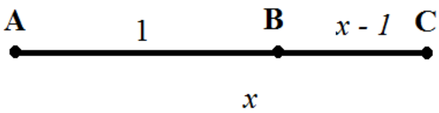
1.2 Числовое значение золотой пропорции.

Итак, по определению имеем:

При $\frac{AB}{BC} = \frac{AC}{AB}$ (1)

Для нахождения числовых значений отрезков AB, BC и AC надо одному из трёх отрезков дать числовое значение 1, другой отрезок обозначить через *x*, а оставшийся третий отрезок – через разность *x - 1*. В данном случае имеем шесть вариантов.

Рассмотрим такой вариант:



При $\frac{AB}{BC} = \frac{AC}{AB}$

Подставляя эти значения отрезков AB, BC и AC в эту пропорцию, получим:

$\frac{1}{x-1} = \frac{x}{1}$

$1=x^2 - x$

$x^2 - x - 1 = 0$

т. е. получили квадратное уравнение с одним неизвестным. Решая это уравнение, получаем: $x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

$x_1 = 1{,}618034$

$x_2 = 0{,}618034$

Итак, в этом варианте при AB=1, AC=1,6 и BC=0,6

Остальные пять вариантов рассчитывались подобным же образом. Результаты расчетов всех шести вариантов различных пропорций, золотого сечения, золотой пропорции” сведены в таблицу.

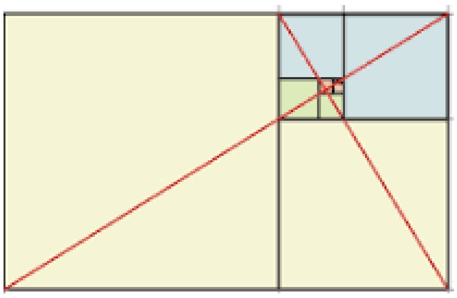
№№ вариантов	Варианты пропорций „Золотого сечения”	*AB*			*BC*			*AC*		
		Принятое значения	Алгебраич. формула	Численное значение	Принятое значение	Алгебраич. формула	Численное значение	Принятое значение	Алгебраич. формула	Численное значение
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	$\underbrace{A \quad 1 \quad B \quad x-1 \quad C}_{x}$	1	-	1,000000	$x-1$	$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$	0,618034	x	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	1,618034
2	$\underbrace{A \quad x-1 \quad B \quad 1 \quad C}_{x}$	$x-1$	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	1,618034	1	-	1,000000	x	$\frac{3+\sqrt{5}}{2}$	2,618034
3	$\underbrace{A \quad x \quad B \quad 1-x \quad C}_{1}$	x	$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$	0,618034	$1-x$	$\frac{3-\sqrt{5}}{2}$	0,381966	1	-	1,000000
4	$\underbrace{A \quad 1-x \quad B \quad x \quad C}_{1}$	$1-x$	$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$	0,618034	x	$\frac{3-\sqrt{5}}{2}$	0,381966	1	-	1,000000
5	$\underbrace{A \quad x \quad B \quad 1 \quad C}_{x+1}$	x	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	1,618034	1	-	1,000000	$x+1$	$\frac{3+\sqrt{5}}{2}$	2,618034
6	$\underbrace{A \quad 1 \quad B \quad x \quad C}_{1+x}$	1	-	1,000000	x	$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$	0,618034	$1+x$	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	1,618034

Рассматривая таблицу, мы видим, что получены пять чисел: 0,381966; 0,618034; 1,000000; 1,618034 и 2,618034, которые находятся в определённых соотношениях друг с другом и образуют числовой ряд. Эти числа стали «ядром» для составления «Уникального ряда «золотого сечения, **золотой пропорции**»».

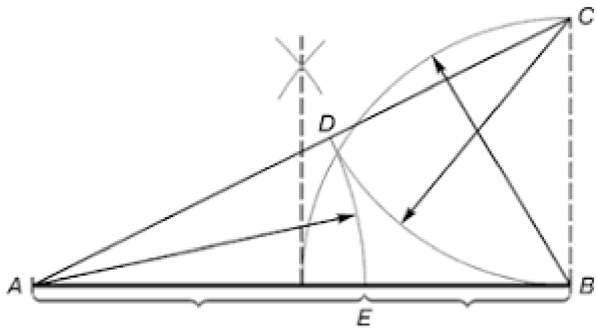
С золотой пропорцией тесно связан ряд чисел Фибоначчи 1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89 и т.д. В этом ряду каждое последующее число является суммой двух предыдущих чисел. Спустя четыре столетия после открытия Фибоначчи ряда чисел И. Кеплер установил, что отношение рядом стоящих чисел в пределе стремится к золотой пропорции.

1.3 Построение золотого сечения

Существуют различные способы построения золотой пропорции, причем характерно, что для построения достаточно взять самые простые геометрические фигуры – квадрат или прямоугольный треугольник с соотношением катетов 1:2.



Если с середины стороны квадрата провести окружность радиусом, равным диагонали полуквадрата, то на ее пересечении с продолженной стороной квадрата получим отрезок, который меньше стороны квадрата в соответствии с золотой пропорцией.



Еще проще построение золотой пропорции в прямоугольном треугольнике со сторонами 1, 2, $\sqrt{5}$. Достаточно провести две дуги окружности, пересекающиеся в одной точке на гипотенузе и большой катет будет разделен в соответствии с золотой пропорцией.

1.4. Золотое сечение и пропорции красоты.

Модельеры и дизайнеры одежды все расчеты делают, исходя из пропорций золотого сечения.

Человек — это универсальная форма для проверки законов золотого сечения. Конечно, от природы далеко не у всех людей пропорции идеальны, что создает определенные сложности с подбором одежды.

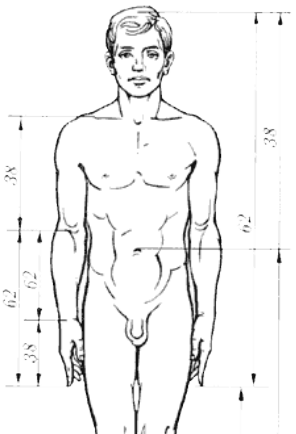
В дневнике Леонардо да Винчи есть рисунок вписанного в окружность обнаженного человека, находящегося в двух наложенных друг на друга позициях. Опираясь на исследования римского архитектора Витрувия, Леонардо подобным образом пытался установить пропорции человеческого тела. Позднее французский архитектор Ле Корбюзье, используя

«Витрувианского человека» Леонардо, создал собственную шкалу «гармонических пропорций», повлиявшую на эстетику архитектуры XX века.

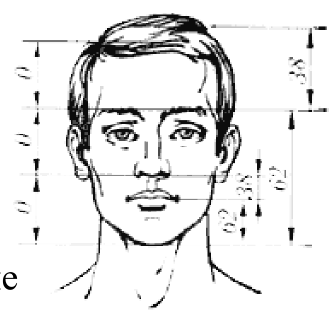
Адольф Цейзинг, исследуя пропорциональность человека, проделал колоссальную работу. Он измерил порядка двух тысяч человеческих тел, а также множество античных статуй и вывел, что золотое сечение выражает среднестатистический закон. В человеке ему подчинены практически все части тела, но главный показатель золотого сечения это деление тела точкой пупа.

В результате измерений исследователь установил, что пропорции мужского тела 13:8 ближе к золотому сечению, чем пропорции женского тела 8:5.

Немецкий учёный Альберт Дюрер доказал, что рост человека делится в золотых пропорциях линией, проходящей через пупок и линией, проходящей через кончики средних пальцев опущенных рук.



Поразительно, но в лице человека можно проследить множество пропорций, подчиненных "золотому сечению". Причем, чем больше в лице человека соотношений в этой пропорции, тем красивее нам он кажется. Есть лица, при характеристике которых употребляют выражение "правильные черты лица". У этих людей основные



пропорции наиболее близки к соотношению 1, 618: или 62 : 38.

Какие же пропорции в лице человека стремятся к "золотому сечению"?

Прежде всего, у людей с красивыми лицами наблюдается:

Идеальная пропорция между расстояниями от медиального угла глаза до крыла носа и от крыла носа до подбородка. Это соотношение называется "динамической симметрией" или "динамическим равновесием".

Соотношение высоты верхней и нижней губы будет 1,618.

Высота надгубной складки (расстояние между верхней губой и нижней границей носа) и высота губ будут составлять соотношение 62 : 38.

Ширина одной ноздри суммарно с шириной переносицы относится к ширине другой ноздри в пропорции "золотого сечения".

Ширина ротовой щели также относится к ширине между наружными краями глаз, а расстояние между наружными уголками глаз - к ширине лба на уровне линии бровей, как все пропорции "золотого сечения".

Расстояние между линии смыкания губ до крыльев носа относится к расстоянию от линии смыкания губ до нижней точки подбородка, как 38 : 62: и к расстоянию от крыльев носа до зрачка - как 38 : 62 = 0.

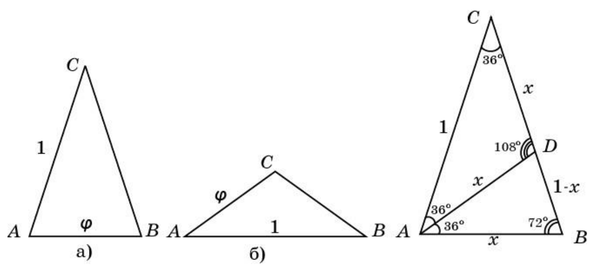
Расстояние между линией верхней части лба до линии зрачков и расстояние между линией зрачков и линией смыкания губ имеет пропорцию "золотого сечения".

1.5. Золотые фигуры.

Золотой треугольник.

Равнобедренный треугольник называется **золотым**, если его боковая сторона и основание находятся в золотом отношении. Возможны два типа золотых треугольников: 1) AB: AC = φ; 2) AC: AB = φ.

Теорема. Золотыми треугольниками являются равнобедренные треугольники с углами при вершинах 36º и 108º.



Доказательство:

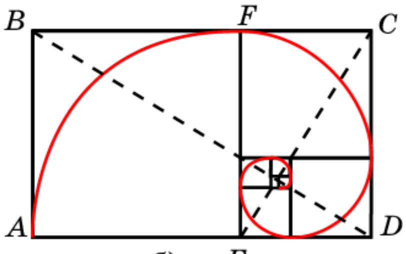
В равнобедренном треугольнике ABC с углом при вершине C, равным 36^0, проведем биссектрису AD. Треугольники ACD и ABD равнобедренные, и треугольник BDA подобен треугольнику ABC. Примем боковую сторону треугольника ABC за единицу, а его основание за x.

Тогда AD = CD = x, BD = 1- x.

Из подобия треугольников получаем равенство $\frac{1-x}{x} = \frac{x}{1}$, из которого следует, что x= φ, т.е. треугольник ABC – золотой. Кроме того, треугольник ACD с углом при вершине D, равным 108^0, также золотой.

Золотой четырехугольник.

Четырехугольник, стороны которого находятся в золотом соотношении, называется ***золотым прямоугольником.***



б)

Золотые прямоугольники обладают многими интересными свойствами. Так из определения золотых прямоугольников следует, что они все подобны.

Если от золотого прямоугольника отрезать квадрат со стороной, равной меньшей стороне прямоугольника, то снова получим золотой прямоугольник меньших размеров, подобный исходному.

Если этот процесс продолжить, то мы получим вращающиеся квадраты, и весь прямоугольник окажется составленным из этих квадратов.

Если вершины квадратов соединить плавной кривой, то получим кривую, называемую **золотой спиралью**, форму которой имеют как раковины морских моллюсков, так и галактики во вселенной.

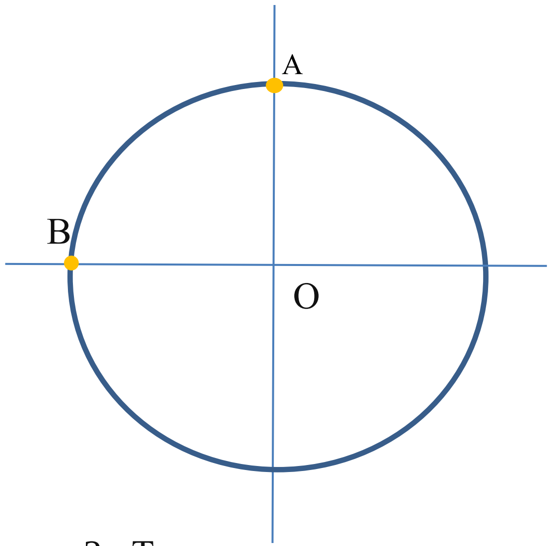
Пентаграмма

Правильный пятиугольник с проведенными в нем диагоналями, образующими звездчатый правильный пятиугольник называется ***пентаграммой***.

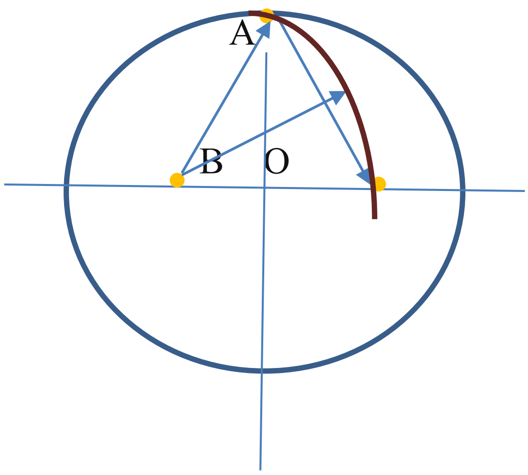
Все треугольники, на которые при этом разбивается пятиугольник, являются золотыми. Каждый конец пятиугольной звезды представляет собой золотой треугольник. Его стороны образуют угол 36° при вершине, а основание, отложенное на боковую сторону, делит ее в пропорции золотого сечения.

Начертить пентаграмму можно с помощью циркуля и линейки.

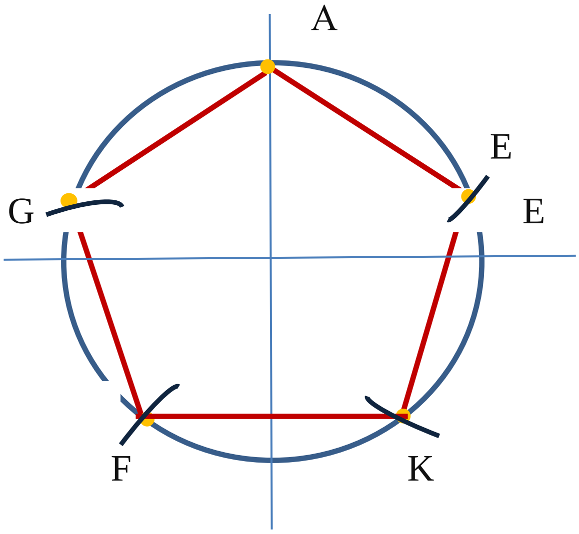
1. Сначала начертим окружность радиусом R и центром в точке O.



2. Точку пересечения диаметра с окружностью обозначим как точка A. Затем отметим точку B так, что OB = $\frac{R}{2}$.
3. Построим вторую окружность с центром в точке B и радиусом BA. Точку пересечения окружности и диаметра отметим как точку C.



4. С помощью циркуля измерим расстояние АС. Не меняя раствор циркуля переместим иглу циркуля в точку А, проведем дугу. Обозначим точку пересечения дуги и окружности как точка Е. Затем последовательно будем перемещать иглу циркуля в точки, которые получаются при пересечении дуги и окружности, обозначим их К, F, G.



5. Соединив последовательно точки AEKFG отрезками, получим правильный пятиугольник, который и является ***пентаграммой.***

Необходимо отметить, что пентаграмма является идеальной с точки зрения математики фигурой. Обладая пропорциями, соответствующими закону золотого сечения (это впервые обнаружил Леонардо да Винчи), она необыкновенно гармонична и надолго приковывает к себе взгляд. Недаром же огромное количество стран (США, Бразилия) поместили звезду (и не одну!) — как вариант пентаграммы — на свои национальные флаг.

2.Исследования

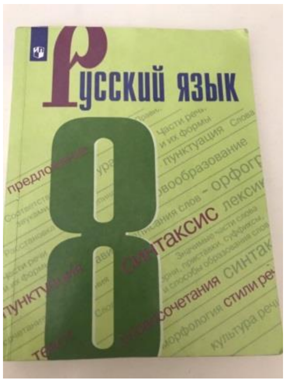
2.1 Исследования №1

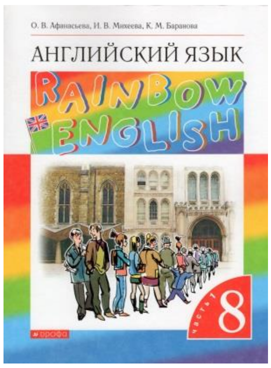
«Золотое сечение в переплетах книг»

Я прочитала из учебника математики, что, переплёты книг имеют отношения длины на ширину близкое к числу «Золотого сечения». Мне стало очень интересно, и я решила это проверить.

Я измерила свои учебники и вычислила отношения ширины и длины с точностью до тысячных. У меня получились такие результаты.

Название учебников	Длина, ширина	Отношения
Геометрия	21,3 см 16см	0,751
Русский родной язык	26,2см 19,5 см	0,744
Английский язык	29,4см 21,7см	0,738
Русский язык	21,3см 16,2см	0,761



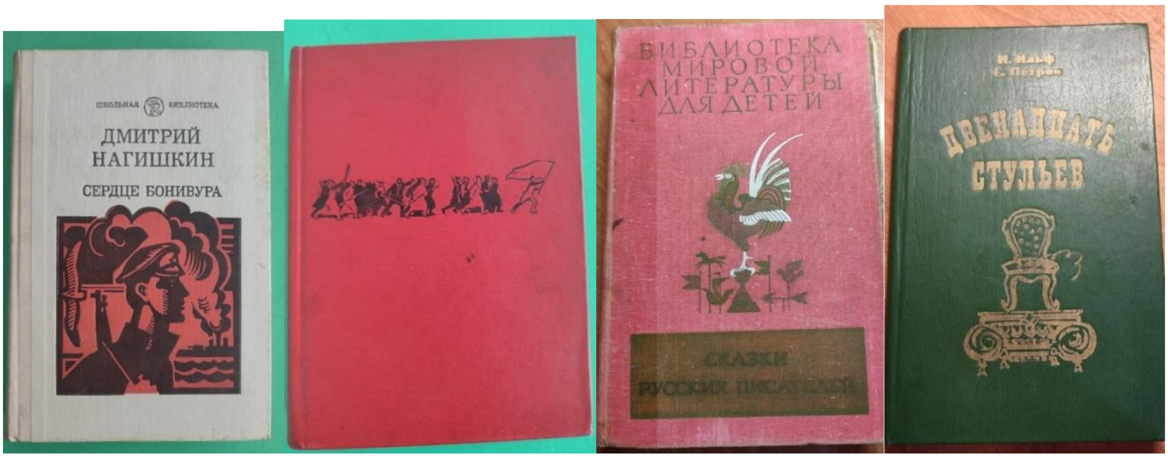


Наименьшее отклонения от золотого сечения, получилось в учебнике русский язык 8 класс, а наибольшие - в учебнике английского.

Возможно, что переплеты старых книг соответствую к отношению ширины на длину, равное близкому числу золотого сечения. Я решила в этом убедиться, взяв 4 старых книг из школьной библиотеки, продолжила свои наблюдения.

Названия книги	Длина, ширина	Отношения
Сердце Бонивура 1988г	22см 14,5 см	0,659
Незабываемые годы 1967г	20,5см 13,5см	0,732
Сказки русских писателей 1980г	22см 14 см	0,636
Двенадцать стульев 1982г	20,7см 13,2см	0,638

По результатам можно сделать вывод, что их переплёты изготавливают в отношении золотого сечения, не подтвердились.



2.2 Исследование №2
« Золотое сечение в пропорциях человека».
Исследование роста.

Очень сильно заинтересовало меня золотое сечение в пропорциях человеческого тела. Знаменитый зодчий Ле Корбюзье нашёл его во многих соотношениях размеров человеческой фигуры.

Художники и скульпторы использовали эти пропорции для изображениясовершенного человеческого тела.

Считается, например, что если рост человека принять за АВ, то точка Х у правильно сложенного человека совпадет с талией. Мне показалось интересным проверить это. Я проанализировала результаты соответствующихизмерений у себя, у брата и у мамы.

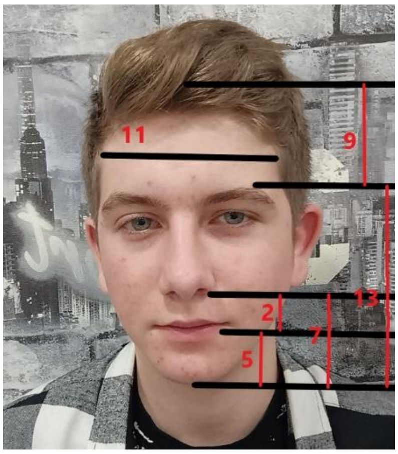
Таблица результатов измерений

ФИО	Возраст	Рост	Расстояние от макушки до пупка	Расстояние от пупка до ступни	Пропорция
Михайлов Павел	15 лет	178 см	70 см	108 см	1,65; 1,47
Артём Михайлов	8 лет	135 см	53 см	82 см	1,65; 1,55
Ирина Михайлова	34 года	165 см	64 см	101 см	1,63; 1,58

Люди, у которых пропорции тела близки к золотому сечению, на мой взгляд,действительно имеют хорошую фигуру.

Исследование лицевой части головы

1. Я (15лет)



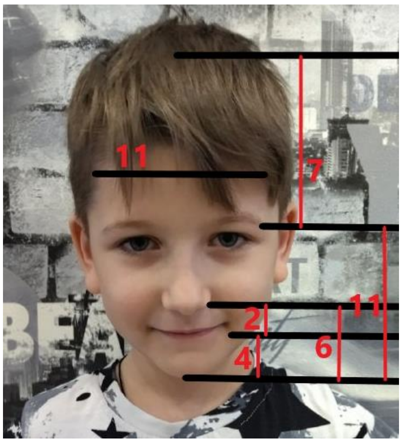
5 : 2 =**2,5**

7 : 5 =**1,4**

11 : 13 =**0,85**

13 : 9 =**1,5**

2. Брат(8лет)



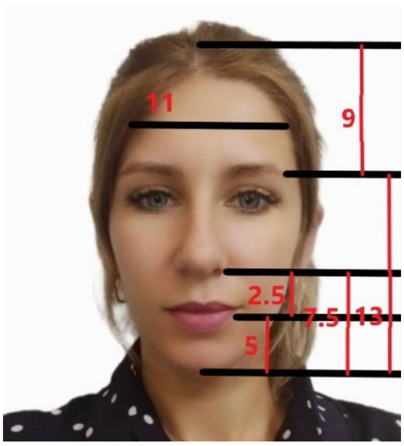
4 : 2 =**2**

6 : 4 =**1,5**

11 : 11 =**1**

11 : 7 =**1,6**

3 . Мама (34 года)



5 : 2,5 =**2**

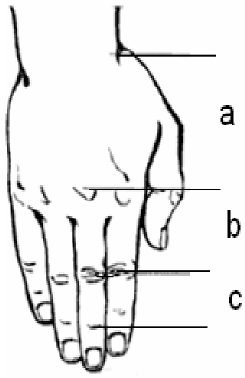
7,5: 5 =**1,5**

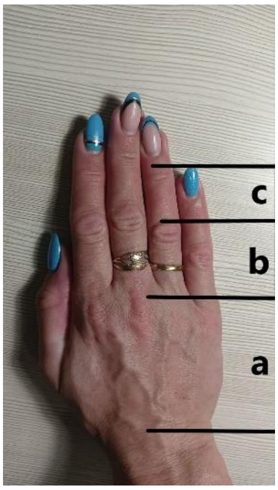
11 : 13 =**0,85**

13 : 9 =**1,5**

Люди, у которых пропорции лицевой части головы близки к золотомусечению, на мой взгляд, действительно имеют хорошую внешность.

Исследование кисти руки





Я (15 лет)

а=9	14:9=1,55	в=5	8:5= 1,6
в=5		с=3	
а+в=14	9:5=1,8	в+с= 8	5:3=1,66

Брат (8 лет)

а=6	9:6= 1,5	в = 7,5	9,5:7,5 = 1,3
в=3	6: 3= 2	с = 2	7,5:2= 3,5
а+в=9		в+с=9,5	

Мама (34 года)

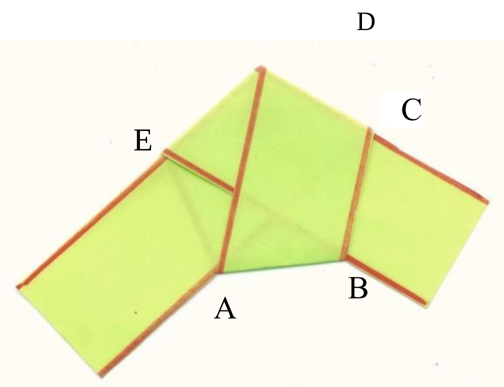
а =8	12:8=1,5	в = 6	9,5:6 = 1,6
в = 4	8:4 = 2	с =3,5	6:3,5 = 1,7
а+в =12		в+с = 9,5	

Таким образом, можно сделать вывод: золотое сечение в пропорциях человеческого тела в основном соблюдается. Причём, с взрослением ребёнка эти пропорции становятся более совершенными с точки зрения математики и общепризнанных классических законов красоты.

2.3 Исследование №3

« Золотое сечение в узле».

Бумажную ленту одинаковой ширины по всей длине я завязала простым узлом и расправила так, чтобы узел был плоским. Получается узел, который имеет форму пятиугольника. Измерения сторон и углов пятиугольника доказывают, что ABCDE - правильный пятиугольник.



Отношение стороны правильного пятиугольника к диагонали равно числу φ .

У Пифагора и его учеников пентаграмма была священным символом телесно-духовной гармонии и на этом основании **стала знаком здоровья**.

Вывод: узел имеет форму правильного пятиугольника, т.е. пентаграммы. Пентаграмма – это геометрический символ гармонии, здоровья и мистическихсил**.**

Может быть, поэтому мужчины выбрали себе в качестве украшения галстук,ведь узел галстука имеет форму пентаграммы.

2.4 Исследование №4

«Выбор дерева с самыми красивыми листьями»

Цель исследования: выяснить, листья какого дерева считаются самыми красивыми.

Оборудование: гербарий с листьями различных деревьев.

Вопрос: листья, какого дерева вы считаете самыми красивыми?

В опросе приняло участие 26 человек.

Результаты опроса

№	Дерево	Количество голосов, отданных за листья данного дерева
1	Клен	19
2	Береза	2
3	Тополь	1
4	Осина	1
5	Дуб	2
6	Липа	1

73 % опрашиваемых считают самыми красивыми листья клена, 7.7 % опрашиваемых выбрали листья березы, 7.7 % - листья дуба, 3.8 % - листьятополя, 3.8 %- липы и 6,7% - листья осины.

Вывод: ***самые красивые листья у клена.***

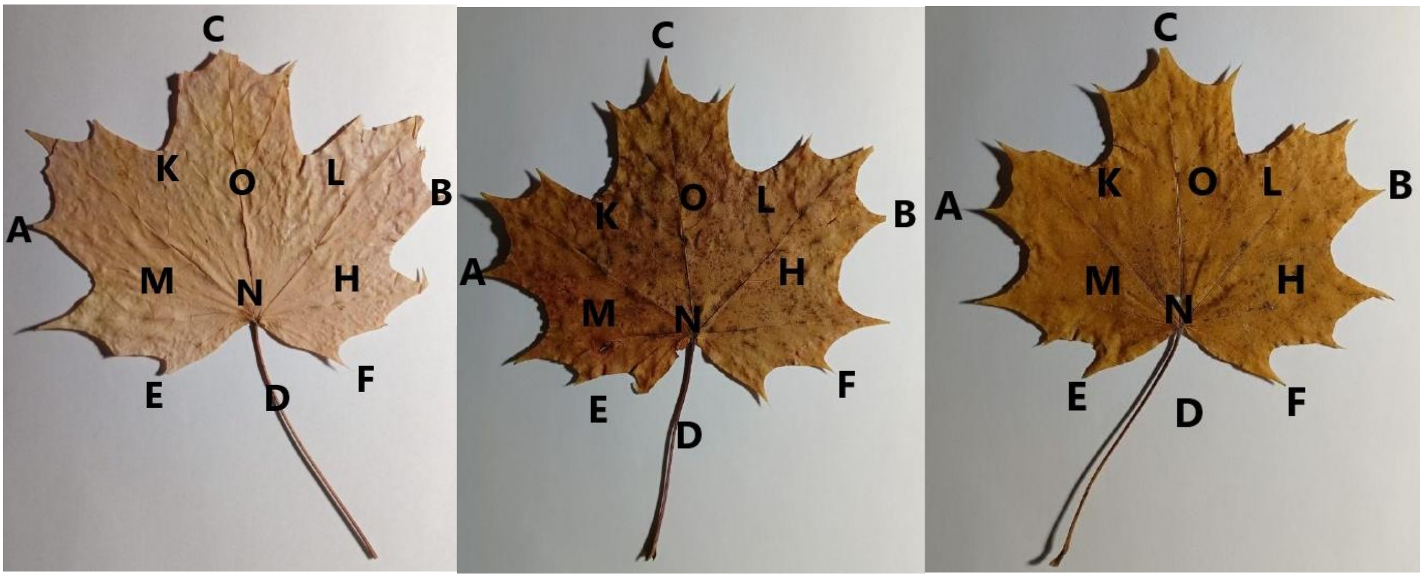
«Строение кленового листа».

Цель исследования: выяснить, почему лист клена считается самым красивым.

Оборудование: лист клена, сканер, принтер, бумага, чертежные инструменты.

Ход исследования:

1. Сбор листьев клена.
2. Сканирование и печать изображения листьев клена.
3. Выполнение измерений.
4. Поиск соотношения



Для исследования были использованы три листа клёна, и в строении каждого из них были обнаружены пропорции золотого сечения.

Вывод:

В строении кленового листа присутствуют пропорции золотого сечения, а также симметрия поэтому лист клён гармоничный и создает впечатление красоты.

Заключение

“Ничто не нравится, кроме красоты, в красоте – ничто, кроме форм,
в формах – ничто, кроме пропорций, в пропорциях – ничто, кроме числа”.

Аврелий Августин

Наблюдая за окружающей природой и создавая произведения искусства, люди искали закономерности, которые позволяли бы определить прекрасное, т.е. пытались вывести формулу красоты. Ряд формул красоты известен. Это правильные геометрические формы: квадрат, круг, равносторонний треугольник.

Модельеры и дизайнеры одежды все расчеты делают, исходя из пропорций золотого сечения.

В ходе выполнения исследовательской работы я выяснила, что действительно **существует «формула красоты»,** которая не является выдумкой человека. **Скорее всего, это закон природы и математики**. В наибольшей степени определение «формула красоты» подходит к понятию «золотая пропорция».

Эта пропорция обладает наиболее отчетливыми признаками гармоничности - прекрасного. Золотая пропорция не только является господствующей во многих произведениях искусства, она определяет закономерности развития многих организмов, её присутствие отмечают почвоведы, химики, биологи, геологи, математики, астрономы.

Список используемой литературы

1. Бендукидзе А.Д. Золотое сечение – М.: ж. «Квант», 1973, №8

2. Васютинский Н.А. Золотая пропорция. – М.: Мол. гвардия, 1990

3. Золотое сечение. Страницы Википедии. http://ru.wikipedia.org/wiki/%C7%EE %EB%EE%F2%EE%E5_%F1%E5%F7%E5%ED%E8%E5

4. Лаврус В. «Золотое сечение»http://n-t.ru/tp/iz/zs.htm

5. Математика и законы красоты http://mathkrasota.ucoz.ru/index/0-11